

Problema (proposto da Caproni Edoardo)

Trovare il numero di coppie (x, y) , con x e y interi naturali che rendono vera l'equazione:

$$x^2 + y^2 - 2012x - 2012y + 2xy - 2013 = 0$$

Soluzione

Si può scrivere l'equazione come

$$x^2 + y^2 + 2xy - 2012x - 2012y - 2013 = 0 \quad \text{ovvero}$$

$$(x+y)^2 - 2012(x+y) - 2013 = 0$$

Da qui, tramite la formula dell'equazione di secondo grado, si ha:

$$x+y = 1006 \pm \sqrt{1.014.049} = \begin{matrix} -1 \\ 2013 \end{matrix}$$

Scegliamo -1 perché comporterebbe che x o y possano assumere valori negativi e quindi si ha:

$$x+y = 2013$$

Le possibili coppie sono

$$(0, 2013), (1, 2012), \dots, (2013, 0)$$

le quali sono dunque in numero di 2014.